

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ОТДЕЛЕНИЕ ядерной физики и технологий

Одобрено на заседании

УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ

Протокол от 25.08.2021 № 1-08/2025

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Математический анализ

название дисциплины

для направления подготовки

04.03.01 Химия

код и название направления подготовки

образовательная программа

Аналитическая химия

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2025 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Математический анализ» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- контроль и оценка степени освоения компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Результаты освоения ООП <i>Содержание компетенций</i>	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	З-УК-2- знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УК-2 -уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УК-2 владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами
ОПК-4	Способен планировать работы химической направленности, обрабатывать и интерпретировать полученные результаты с использованием теоретических знаний и практических навыков решения математических и физических задач	З-ОПК-4 знать типовые методы физических измерений, теоретические основы физических методов исследования. У-ОПК-4 уметь анализировать и обрабатывать данные физического эксперимента и представлять их в ясной и удобной форме В-ОПК-4 владеть навыками обращения с типовыми приборами для электронно-физических и электротехнических измерений, методами анализа и обработки экспериментальной информации.

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;
- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен

самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;

- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

1.3. Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка	Наименование оценочного средства
1.	1.Элементы функций комплексного переменного. 2.Пределы последовательностей и функций.	УК-2, ОПК-4	Контрольная работа 1/1, , экзамен (1 сем.)
2.	2.Пределы последовательностей и функций.	УК-2, ОПК-4	Коллоквиум, экзамен(1 сем.)
3.	3.Дифференциальное исчисление.	УК-2, ОПК-4	Контрольная работа 2/1, экзамен (1 сем.)
4.	4.Интегральное исчисление. 5.Интегральное исчисление (Определенные интегралы)	УК-2, ОПК-4	Контрольная работа 2/1, экзамен (1,2 сем)
5.	6. Функции нескольких переменных.	УК-2, ОПК-4	Контрольная работа 2/2, Экзамен (2сем)
2.	Числовые и функциональные ряды.	УК-2, ОПК-4	Контрольная работа 3/2,экзамен (2сем)

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
Высокий <i>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Творческая деятельность	<i>Включает низсостоящий уровень.</i> Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
Продвинутый <i>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	<i>Включает низсостоящий уровень.</i> Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			75-84	C/ Хорошо/ Зачтено
Пороговый <i>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</i>	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-74	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно/ Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Зачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	высокий	высокий
	<i>продвинутый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>продвинутый</i>
продвинутый	<i>пороговый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>пороговый</i>
	продвинутый	продвинутый
	<i>продвинутый</i>	<i>пороговый</i>
	<i>пороговый</i>	<i>продвинутый</i>
пороговый	пороговый	пороговый
ниже порогового	пороговый	ниже порогового
	ниже порогового	-

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

- Промежуточная аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.
- Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.
- Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.
- Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:
 - контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
 - контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.
- Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Вид контроля	Этап рейтинговой системы Оценочное средство	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущий	Контрольная точка № 1		
	Практическая работа №1	4	7
	Практическая работа №2	4	7
	Практическая работа №3	5	8
	Практическая работа №4	5	8
	Контрольная точка № 2		

	Практическая работа №5	4	7
	Практическая работа №6	4	7
	Практическая работа №7	4	8
	Практическая работа №8	5	8
Промежуточный	Зачет, Экзамен		
	Вопросы к зачету, экзамену	25	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

4.Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

4.1. Зачет

а) типовые вопросы:

1. Рациональные числа, иррациональные числа, действительные числа. Сравнение, операции, геометрическая интерпретация
2. Понятие комплексного числа. Различные формы записи. Арифметические операции над комплексными числами, возведение в степень и извлечение корня.
3. Верхняя и нижняя грани числового множества. Точная грань. Теорема о существовании точной верхней и нижней граней. Теорема об отделимости числовых множеств.
4. Понятие числовой последовательности. Монотонные и ограниченные последовательности. Определение предела последовательности, сходящейся последовательности. Примеры. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность.
5. Свойства пределов последовательностей (о "зажатой" последовательности, свойства, связанные с неравенствами и алгебраическими операциями).
6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Примеры.
7. Теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности. Число "e".
8. Принцип вложенных отрезков (теорема Кантора).
9. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
10. Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности и утверждения о них. Примеры.
11. Определение фундаментальной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.
12. Понятие функции. График, область определения и область значений, четные, нечетные, ограниченные функции, алгебраические операции, сложные функции. Элементарные функции. Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне. Односторонние пределы.
13. Свойства предела функции в точке (свойства, связанные с арифметическими операциями, локальные свойства).
14. Свойства пределов функций в точке: свойства, связанные с неравенствами. Правило замены переменной для пределов функций.
15. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и теоремы о них. Примеры.
16. Первый замечательный предел и его следствия.
17. Второй замечательный предел и его следствия.
18. Критерий Коши существования предела функции. Теорема о пределе монотонной функции.

21. 19. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Порядок бесконечно малой функции.
22. 0- и О- символика. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
23. 20. Непрерывность функции в точке (различные формулы записи определения: по Коши и Гейне, с помощью приращений), непрерывность слева и справа. Локальные свойства непрерывной функции.
24. 21. Свойства непрерывных в точке функций, связанные с арифметическими операциями. Непрерывность сложной функции.
25. 22. Точки разрыва (определение, классификация точек разрыва). Примеры.
26. 23. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Вейерштрасса 1, 2 о свойствах функции, непрерывной на отрезке.
27. 24. Теоремы Коши о нулях и промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.
28. 25. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции. Примеры.
29. 26. Понятие производной функции в точке, необходимое условие существования производной.
30. 27. Односторонние производные, бесконечные производные. Примеры. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
31. 28. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная сложной функции.
32. 29. Производная обратной функции, производная функции, заданной параметрически и неявно. Таблица производных элементарных функций.
33. 30. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции, теорема о связи дифференцируемости и производной в точке, геометрический смысл дифференциала.
34. 31. Производные высших порядков. Таблица n -ых производных. Формула Лейбница. Производные высших порядков для функции, заданной параметрически.
35. 32. Дифференциал n -ого порядка. Инвариантность 1-ого дифференциала и инвариантность дифференциала порядка $n \geq 2$.
36. 33. Локальный экстремум (определение) и теорема Ферма. Теорема Ролля о нулях производной.
37. 34. Теорема Лагранжа и её следствия (с док-вом). Формула конечных приращений Лагранжа.
38. 35. Теорема Коши о двух дифференцируемых функциях, обобщённая формула конечных приращений.
39. 36. Правило Лопиталья. Примеры вычисления пределов с помощью правила Лопиталья.
40. 37. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Примеры.
41. 38. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формулы Маклорена для простейших элементарных функций. Примеры.
42. 39. Условия возрастания (убывания) дифференцируемой функции (теоремы 1-3).
43. 40. Локальный экстремум (определение). Достаточное условие локального экстремума (теоремы 1-3).
44. 41. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Достаточное условие выпуклости.
45. 42. Точки перегиба. Необходимое условие наличия точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба.
46. 43. Асимптоты графика функции (вертикальные, наклонные). Теорема о наклонной асимптоте.
47. 44. Первообразные и их свойства. Понятие неопределённого интеграла, подынтегральной функции, подынтегрального выражения. Свойства неопределённого интеграла (свойства 1-3).
48. 45. Свойства неопределённого интеграла: замена переменной и интегрирование по частям. 46. Формула интегрирования по частям, три типа примеров интегрирования по частям.
49. 47. Таблица интегралов. Примеры вычисления простейших интегралов.
50. 48. Алгебраические многочлены и разложение многочленов на множители. Разложение рациональной функции в сумму простейших.
51. 49. Интегрирование рациональных функций. Методы нахождения неопределённых коэффициентов.

52. 50. Интегрирование тригонометрических выражений.

53. 51. Интегрирование иррациональных выражений.

54.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

В критерии оценки знаний по зачету входят:

1. уровень освоения студентом материала, предусмотренного учебной программой;
2. полнота и правильность ответа, степень осознанности, понимания изученного материала;
3. обоснованность, четкость, краткость изложения ответа;
4. ответы на дополнительные вопросы.

в) описание шкалы оценивания:

Каждому студенту задается 2 вопроса в произвольном порядке из списка вопросов к зачету. Ответ на каждый вопрос оценивается в 20 баллов.

15-20 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- владеет методологией данной дисциплины, знает определения основных понятий;
- полно раскрывает содержание теоретических вопросов;

8-14 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- допустил незначительные неточности при изложении материала, не искажающие содержание ответа по существу вопроса.

1-7 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- владеет методологией данной дисциплины, знает определения основных понятий;
- раскрывает содержание не всех теоретических вопросов;

0 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- имеет пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине, не может дать четкого определения основных понятий;
- не может успешно продолжать дальнейшее обучение в связи с недостаточным объемом знаний.

4.2. Экзамен

а) типовые вопросы:

1. Определённый интеграл Римана. Основные определения. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Условие интегрируемости.
2. Критерий интегрируемости функций. Классы интегрируемых функций. Свойства интеграла, связанные с операциями над функциями.
3. Свойства интеграла, связанные с отрезками интегрирования и неравенствами. Оценки интервалов.
4. Теоремы о среднем.
5. Непрерывность и дифференцируемость интеграла по верхнему пределу.
6. Теорема (формула) Ньютона-Лейбница.
7. Теорема о замене переменной в определённом интеграле, формула интегрирования по частям в определённом интеграле.
8. Площадь фигуры на плоскости (клеточные фигуры, квадратуемые фигуры, мера). Площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора, площадь фигуры с параметрически заданной границей.
9. Объём тела (клеточное тело, кубируемое тело, мера). Объём цилиндрического тела, объём тела с заданными площадями сечений, объём тела вращения.
10. Длина кривой (определение спрямляемой кривой, длины кривой, теорема о длине, формулы длины для разных случаев задания кривой).
11. Площадь поверхности вращения (определение, теорема). Теорема Гульдена. Физические приложения определённых интегралов.
12. Несобственные интегралы первого рода (определение; свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).
13. Несобственные интегралы второго рода (определение и свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).

14. Условие сходимости несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неотрицательных функций - признаки сходимости.
15. Признаки Дирихле и Абеля сходимости несобственных интегралов.
16. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов (определение, теорема).
17. Метрическое пространство (определение, сходящиеся и фундаментальные последовательности, открытые и замкнутые множества, компакт, пространство R^n).
18. Функции многих переменных. Предел функции в точке, предел по множеству, по направлению.
19. Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компакте, на связном множестве.
20. Частные производные, дифференцируемость, дифференциал. Теоремы о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости функции многих переменных.
21. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Правила дифференцирования.
27. Односторонние производные, бесконечные производные. Примеры. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
28. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная сложной функции.
29. Производная обратной функции, производная функции, заданной параметрически и неявно. Таблица производных элементарных функций.
30. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции, теорема о связи дифференцируемости и производной в точке, геометрический смысл дифференциала.
31. Производные высших порядков. Таблица n -ых производных. Формула Лейбница. Производные высших порядков для функции, заданной параметрически.
32. Дифференциал n -ого порядка. Инвариантность 1-ого дифференциала и неинвариантность дифференциала порядка $n \geq 2$.
33. Локальный экстремум (определение) и теорема Ферма. Теорема Ролля о нулях производной.
34. Теорема Лагранжа и её следствия (с док-вом). Формула конечных приращений Лагранжа.
35. Теорема Коши о двух дифференцируемых функциях, обобщённая формула конечных приращений.
36. Правило Лопиталя. Примеры вычисления пределов с помощью правила Лопиталя.
37. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Примеры.
38. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формулы Маклорена для простейших элементарных функций. Примеры.
39. Условия возрастания (убывания) дифференцируемой функции (теоремы 1-3).
40. Локальный экстремум (определение). Достаточное условие локального экстремума (теоремы 1-3).
41. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Достаточное условие выпуклости.
42. Точки перегиба. Необходимое условие наличия точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба.
43. Асимптоты графика функции (вертикальные, наклонные). Теорема о наклонной асимптоте.
44. Первообразные и их свойства. Понятие неопределённого интеграла, подынтегральной функции, подынтегрального выражения. Свойства неопределённого интеграла (свойства 1-3).
45. Свойства неопределённого интеграла: замена переменной и интегрирование по частям .46. Формула интегрирования по частям, три типа примеров интегрирования по частям.
47. Таблица интегралов. Примеры вычисления простейших интегралов.
48. Алгебраические многочлены и разложение многочленов на множители. Разложение рациональной функции в сумму простейших.
49. Интегрирование рациональных функций. Методы нахождения неопределённых коэффициентов.
50. Интегрирование тригонометрических выражений.
51. Интегрирование иррациональных выражений.

в) описание шкалы оценивания:

Каждому студенту задается 2 вопроса в произвольном порядке из списка вопросов к зачету. Ответ на каждый вопрос оценивается в 20 баллов.

15-20 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- владеет методологией данной дисциплины, знает определения основных понятий;
- полно раскрывает содержание теоретических вопросов;

8-14 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- допустил незначительные неточности при изложении материала, не искажающие содержание ответа по существу вопроса.

1-7 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- владеет методологией данной дисциплины, знает определения основных понятий;
- раскрывает содержание не всех теоретических вопросов;

0 баллов за ответ на вопрос выставляется студенту, который:

- имеет пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине, не может дать четкого определения основных понятий;
- не может успешно продолжать дальнейшее обучение в связи с недостаточным объемом знаний.

4.3. Практическая работа №2

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант 1.

1. Построить график функции $f(x) = 1 - \sqrt[3]{4-x}$ (2 балла).
2. Вычислить $\frac{(3-2i)}{(\sqrt{3}+i)(1+i\sqrt{3})} + 2i - 3$ (2 балла).
3. Вычислить все значения корня $\sqrt[3]{-1+i}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).
4. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4+5} - \sqrt{n^2+3n+1}}{\sqrt{4n^4+2} + \sqrt[4]{n^3+1}}$ (2 балла).
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{x^3 + 8}$ (3 балла).
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x + 4} - \sqrt{x^2 + 2x - 1} \right)$ (2 балла).
7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\ln(\operatorname{tg} x)}{\cos 2x}$ (3 балла).
8. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^n + (-3)^n}{3^{n-1} + 7^{n+1}}$

Вариант 2.

1. Построить график функции $f(x) = \log_{\frac{2}{3}}(2-x) + 2$ (2 балла).
2. Вычислить $\frac{(3-i)^2}{-1+i} + 5 - 4i$ (2 балла).
3. Вычислить все значения корня $\sqrt{-\sqrt{3}-3i}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).
4. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+9} + \sqrt[3]{8n^3-1}}{\sqrt[5]{n^5+2}}$ (2 балла).
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - 4x^2 + 3}$ (3 балла).
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$ (2 балла).

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\operatorname{tg}^2(x+1)}{\cos \pi x + \cos 2\pi x}$ (3 балла).
8. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(-1)^n \cos n}{n} + \frac{n^2 - 1}{n^2 + 4} \right)$ (3 балла).

Вариант 3.

1. Построить график функции $f(x) = \frac{1}{2} \cos(\pi x) - 2$ (2 балла).
2. Вычислить $\frac{(1-i)^3}{(2+i)^2}$ (2 балла).
3. Вычислить все значения корня $\sqrt[4]{-16}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).
4. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{7n^6 + 1} - \sqrt{n^3 + 3}}{\sqrt{n^4 + 2} + n}$ (2 балла).
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^3 + 3x^2 + 5x + 3}$ (3 балла).
6. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n + \sqrt[3]{27 - n^3} \right)$ (2 балла).
7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^{2x}}{\sin 5x - \sin 2x}$ (3 балла).
8. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + (n+1)\sin n}{\sqrt{9n^4 + 5}}$ (3 балла).

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

7 баллов:

- правильное выполнение практической работы в соответствии с методикой, корректное применение полученных знаний на практике, своевременная сдача отчета, правильные ответы на вопросы во время защиты практической работы.

5-6 баллов:

- правильное выполнение практической работы в соответствии с методикой, хорошее знание теоретической базы, в целом верная постановка целей и задач, решение основных задач, своевременная сдача отчета.

4 баллов:

- слабое знание теории, несвоевременное выполнение работы, несвоевременная защита работы, незнание ответов на вопросы преподавателя.

0 баллов:

- невыполнение работы.

в) описание шкалы оценивания:

4-7 баллов – практическая работа зачтена;

0-3 баллов – отчет по практической работе отдается на доработку.

4.4. Практическая работа №3

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Коллоквиум: Пределы последовательностей и функций. Непрерывность функции.

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант № 1

1. Понятие комплексного числа. Различные формы записи. Арифметические операции над комплексными числами, возведение в степень и извлечение корня.
2. Порядок бесконечно малой $\alpha(x)$ относительно $(x-a)$ при $x \rightarrow a$ (опр.). Найти порядок б.м.

$$\alpha(x) = \ln(1 + x^3) - x^{10} \text{ при } x \rightarrow 0.$$

$$3. \text{ При каких значениях } a \text{ будет непрерывна функция } y(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-2}-2}{\sqrt{x+3}-3}, & x \neq 6 \\ a, & x = 6 \end{cases}$$

$$4. \text{ Найти точки разрыва функции и определить их характер: } y(x) = \frac{1}{1-2^{1-x}}$$

$$5. \text{ Найти предел } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$$

Вариант № 2

1. Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности и утверждения о них. Примеры.

2. Бесконечно малые функции (определение, порядок бесконечно малой относительно $(x-a)$ при $x \rightarrow a$). Найти порядок б.м. $\alpha(x) = x + x^2 \cdot \sin x$ при $x \rightarrow 0$.

$$3. \text{ При каких значениях } a \text{ будет непрерывна функция } y(x) = \begin{cases} \log_3 x + 7, & x \geq 3 \\ x^2 - a, & x < 3 \end{cases}.$$

$$4. \text{ Найти точки разрыва функции и определить их характер: } y(x) = \frac{\arctg(x-8)}{(x-8)(x-3)}.$$

$$5. \text{ Найти предел } \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\tg x)^{\tg 2x}.$$

Вариант № 3

1. Свойства пределов функций в точке: свойства, связанные с неравенствами. Правило замены переменной для пределов функций.

2. Определение предела последовательности. Пользуясь определением, доказать: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5+2n^2}{1+n^2} = 2$ (по ε указать $N = N(\varepsilon)$).

$$3. \text{ При каких значениях } a \text{ будет непрерывна функция } y(x) = \begin{cases} \sqrt{x^3+1}, & x > 2 \\ ax-6, & x \leq 2 \end{cases}.$$

$$4. \text{ Найти точки разрыва функции и определить их характер: } y(x) = \frac{x+1}{3^{x+1}-1}.$$

$$5. \text{ Найти пределы } 1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}, 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}.$$

Вариант 4.

1. Второй замечательный предел и его следствия.

2. Используя определение предела функции в точке в терминах ε и δ , доказать:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 10x - 6}{x - 3} = 14 \text{ (по } \varepsilon \text{ указать } \delta = \delta(\varepsilon) \text{)}.$$

$$3. \text{ При каких значениях } a \text{ будет непрерывна функция } y(x) = \begin{cases} \frac{x^3-4x+3}{x-1}, & x \neq 1 \\ A, & x = 1 \end{cases}.$$

$$4. \text{ Найти точки разрыва функции и определить их характер: } y(x) = e^{-\frac{11}{4(x-4)}}.$$

$$5. \text{ Найти предел } \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\tg x}.$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

8 баллов:

- правильное выполнение практической работы в соответствии с методикой, корректное

применение полученных знаний на практике, своевременная сдача отчета, правильные ответы на вопросы во время защиты практической работы.

6-7 баллов:

- правильное выполнение практической работы в соответствии с методикой, хорошее знание теоретической базы, в целом верная постановка целей и задач, решение основных задач, своевременная сдача отчета.

5 баллов:

- слабое знание теории, несвоевременное выполнение работы, несвоевременная защита работы, незнание ответов на вопросы преподавателя.

0 баллов:

- невыполнение работы.

в) описание шкалы оценивания:

5-8 баллов – практическая работа зачтена;

0-4 баллов – отчет по практической работе отдается на доработку.